**GROUPE DE TRAVAIL L2I**

Mouhamet A. Ndiaye

Abdoulaye Gaye

Ndoya Ndong

Djim Diasse

Niako Kebe

**Exercice 1**

*Définir les ensembles suivants en compréhension :*

*1. A = {1,2,4,8,16,32,64}*

*2. B = {1,2,7,14}*

*3. C = {4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20 }*

**Exercice 2**

*Définir les ensembles suivants en extension*

*1. A* = {*x* 2 R|*x*(*x* + 5) = 14}

*2. B* = {*x* 2 N|*x*(2*x* + 3) = 14}

*3. C* = {*x* 2 N\_ 10|*x*4 − 1 *est divisible par 5* }

**Exercice 3**

**(Paradoxe de Bertrand Russell (1872-1970)).** *SoitX l’ensemble de tous les éléments qui*

*ne sont pas éléments d’eux-mêmes.*

*A-t-on X* 2 *X ? A-t-on X* 62 *X ?*

REMARQUE 1.1. Dit autrement : le barbier qui rase tous les barbiers qui ne se rasent pas eux-mêmes...se

rase-t-il lui-même ?

REMARQUE 1.2. On en déduit donc que l’on ne peut pas parler de l’ensemble de tous les ensembles

(cet ensemble devrait s’appartenir lui-même). Il ne faut pas négliger l’impact d’une telle révélation

EXEMPLE 1.4. Si *A* = {1*,* 2*,* 3}, alors P(*A*) = {?*,* {1}*,* {2}*,* {3}*,* {1*,* 2}*,* {1*,* 3}*,* {2*,* 3}*,* {1*,* 2*,* 3}}

EXEMPLE 1.5. Si *A* = ?*,*P(*A*) = {?}*,*P (P(*a*)) = {?*,* {?}}. Cela n’est pas qu’un jeu de l’esprit :

– On définit 0 comme étant ?,

– 1 correspond alors à P(?),

– 2 est alors P(P(?)),

– *etc.*

**Exercice 4**

*On considère A = {1,2}. Dire quelles assertions sont exactes :*

*–* 1 2 *A,*

*–* 1 \_ *A,*

*–* {1} 2 *A,*

*–* {1} \_ *A,*

*–* ? 2 *A,*

*–* ? \_ *A.*

**Exercice 5**

*Reprendre l’exercice précédent, avec A* = {{1}*,* {2}}*.*

**Exercice 6**

**(Diagramme de Venn).** *A partir des affirmations*

*1. les poëtes sont des gens heureux,*

*2. tous les docteurs sont riches et*

*3. nul être heureux n’est riche,*

*déterminer la validité de chacune des conclusions suivantes*

*1. Aucun poëte n’est riche.*

*2. Les docteurs sont des gens heureux.*

*3. Nul ne peut être à la fois docteur et poëte.*

**Exercice 7**

*Est-ce que* {*a*} 2 {*a, b, c*} *? Former la liste des parties de* {*a, b, c*}*.*

**Exercice 8**

*Montrer que* P(*A*) \_ P(*B*) *quand A* \_ *B.*

**Exercice 9**

*Soit* B = {0*,* 1}*.*

*1. A-t-on* B 2 B *?*

*2. Quels sont les éléments de* P(B) *?*

*3. Quels sont les éléments de* P(P(B)) *?*

**Exercice 10**

*Soit les affirmations :*

*– J’ai planté tous mes arbres onéreux l’an passé.*

*– Tous mes arbres fruitiers sont dans mon verger.*

*– Aucun des arbres fruitiers n’a été planté l’an passé.*

*– J’ai un orme, qui est un arbre onéreux, mais pas dans mon verger.*

*Dire si les affirmations suivantes sont justes ou fausses ou impossibles à répondre.*

*1. Aucun de mes arbres fruitiers n’est onéreux.*

*2. Tous mes arbres plantés l’an passé l’ont été dans le verger.*

*3. J’ai planté au moins un arbre l’an passé.*

*Réponse :* **Exercice 1**

Les puissances de 2 inférieures ou égales à 64. 2) Les diviseurs de 14. 3) Les entiers

inférieurs ou égaux à 20 qui ont au moins 3 diviseurs (les nombres non premiers entre 2 et 20).

*Réponse :* **Exercice 2**

A = {2, -7}, B = {2}, et C = {1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9} (factoriser *x*4 − 1).

Abdoulaye Gaye